7 Stabilire se la funzione:

$$f(x) = \frac{x + 2\sqrt{2}}{x^2 - 8}$$

è continua nell'intervallo $[-3; -1]$ e se, nello stesso intervallo, è dotata di minimo e massimo assoluto.

7 La funzione $f(x)=\dfrac{x+2\sqrt{2}}{x^2-8}$ è definita per:

$$x^2-8\neq 0 \quad\rightarrow\quad x^2\neq 8 \quad\rightarrow\quad x\neq\pm 2\sqrt{2}\text{, con } x_0=-2\sqrt{2}\simeq -2{,}82.$$

La funzione non è quindi definita nel punto $x_0\in[-3;-1]$ e pertanto non è continua in tale intervallo.
Nel punto x_0 la funzione presenta una discontinuità di terza specie eliminabile, poiché possiamo semplificarla nel seguente modo:

$$\overline{f}(x)=\frac{x+2\sqrt{2}}{x^2-8}=\frac{\cancel{x+2\sqrt{2}}}{(\cancel{x+2\sqrt{2}})(x-2\sqrt{2})} \quad\rightarrow\quad \overline{f}(x)=\frac{1}{x-2\sqrt{2}}.$$

La funzione assegnata $f(x)$ coincide pertanto con $\overline{f}(x)$ su $[-3;-2\sqrt{2}\,[\,\cup\,]-2\sqrt{2};-1]$, e vale il limite:

$$\lim_{x\rightarrow -2\sqrt{2}} f(x)=\overline{f}(-2\sqrt{2})=-\frac{1}{4\sqrt{2}}\simeq -0{,}18.$$

In $[-3;-1]$, il termine $x-2\sqrt{2}$ è crescente e negativo, quindi $\dfrac{1}{x-2\sqrt{2}}$ è decrescente e negativo.

Inoltre

$$f(-3)=\overline{f}(-3)=\frac{1}{-3-2\sqrt{2}}\simeq -0{,}7,$$

$$f(-1)=\overline{f}(-1)=\frac{1}{-1-2\sqrt{2}}\simeq -0{,}26.$$

Possiamo concludere che $f(x)$ in $[-3;-1]$ presenta un massimo assoluto in $x=-3$ e un minimo assoluto in $x=-1$.

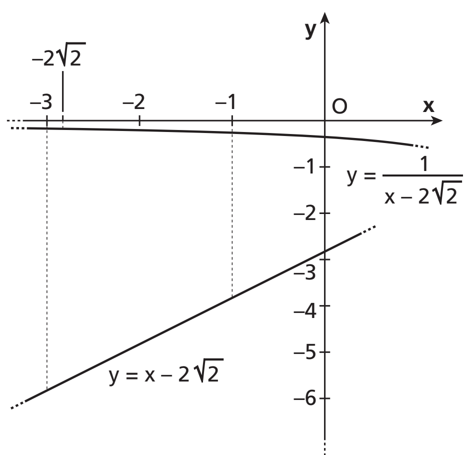

Figura 12