Scuole italiane all'estero • Europa

9 Risolvere il seguente problema posto nel 1547 da Ludovico Ferrari a Niccolò Tartaglia:
«Si divida il numero 8 in 2 numeri reali non negativi in modo che sia massimo il prodotto di uno per l’altro e per la loro differenza».

9 Indichiamo con x e con $8-x$ i due numeri in cui dividiamo il numero 8.
Supponiamo che x sia maggiore o uguale a $8-x$, quindi $4 \le x \le 8$.
Il problema di Tartaglia richiede di massimizzare il prodotto:

$$p(x) = x \cdot (8-x) \cdot (x-8+x) \;\rightarrow\; p(x) = x \cdot (8-x) \cdot (2x-8).$$

Cerchiamo i punti estremanti di tale funzione. Calcoliamo innanzi tutto la derivata prima:

$$p'(x) = (8-x)(2x-8) - x(2x-8) + 2x(8-x) \;\rightarrow$$

$$p'(x) = 16x - 64 - 2x^2 + 8x - 2x^2 + 8x + 16x - 2x^2 \;\rightarrow$$

$$p'(x) = -6x^2 + 48x - 64 \;\rightarrow\; p'(x) = -2(3x^2 - 24x + 32).$$

La derivata prima si annulla per:

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{144-96}}{3} = \frac{12 \pm \sqrt{48}}{3} = 4 \pm \frac{4}{3}\sqrt{3} \;\rightarrow\; x_1 = 4 - \frac{4}{3}\sqrt{3} \simeq 1{,}7 \vee x_2 = 4 + \frac{4}{3}\sqrt{3} \simeq 6{,}3.$$

Solo la soluzione $x_2 = 4 + \frac{4}{3}\sqrt{3}$ è accettabile, per la posizione $4 \le x \le 8$ fatta sulla x.

Osserviamo inoltre che:

- $p'(x) > 0$ e $p(x)$ è crescente per $4 \le x < x_2$,
- $p'(x) < 0$ e $p(x)$ è decrescente per $x_2 < x \le 8$,

quindi $x_2 = 4 + \frac{4}{3}\sqrt{3}$ rende massimo il prodotto indicato.

Il numero 8 è diviso nei due numeri $4 + \frac{4}{3}\sqrt{3}$ e $8 - \left(4 + \frac{4}{3}\sqrt{3}\right) = 4 - \frac{4}{3}\sqrt{3}$.